

# Cosmologie et relativité générale

Activités pour les élèves du Secondaire II

Alice Gasparini, Andreas Müller

- Série 1 : Grandeurs
  - Série 2 : Expansion
  - Série 3 : Principe d'équivalence
  - Série 4 : Courbure
  - Série 5 : Lentilles gravitationnelles
  - Série 6 : Trous noirs
  - Série 7 : Equations cosmologiques
  - Série 8 : Chronologie du Big Bang
  - Série 9 : Ondes gravitationnelles
- 
- Activité expérimentale 1 : L'effet Doppler cosmologique
  - Activité expérimentale 2 : La courbure du cône



**SwissMAP**

The Mathematics of Physics  
National Centre of Competence in Research



**UNIVERSITÉ  
DE GENÈVE**

Didactique de la physique

*©Terms of use*

You are free to copy and redistribute the present material, as well as to adapt it and or build upon it in any medium or format under the following terms:

- You must give appropriate credit, provide a link to the original, and indicate if changes were made.
- You may not use the material for commercial purposes.
- If you adapt the material or build on, you must distribute your contribution under the same condition as this original

Suggested citation:

A. Gasparini (UniGE, SwissMAP) et A. Müller (UniGE, Didactique de la Physique)

***Cosmologie et relativité générale : Activités pour les élèves du Secondaire II,***

***Série 1 : Grandeurs***

(NCCR SwissMAP/Education, Genève 2016) ; <http://www.nccr-swissmap.ch/education>

# Série 1 : Grandeurs

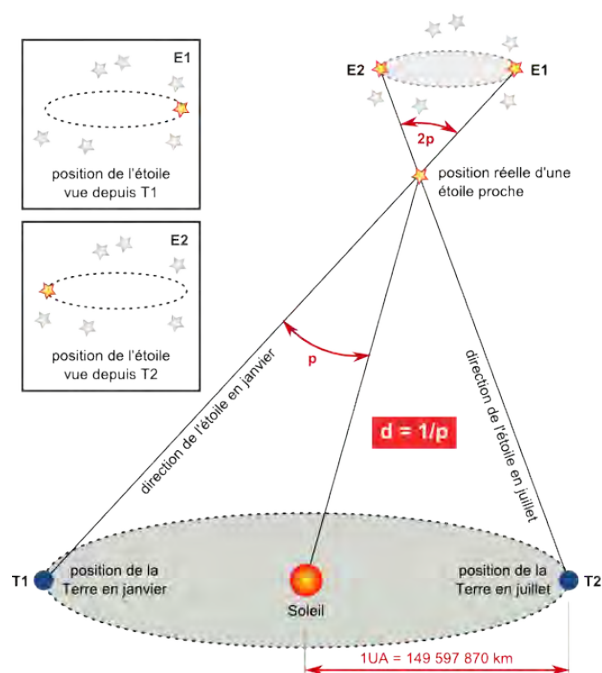
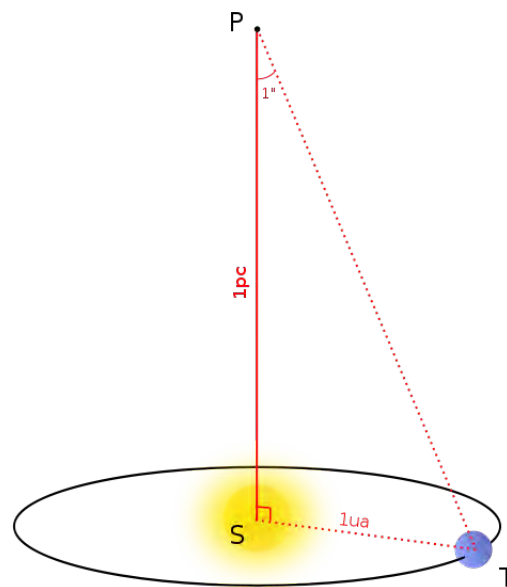
## Exercice 1 : L'année-lumière

- Définir en français ce qu'est une **année lumière (al)**.
- En sachant que la lumière se propage dans le vide avec une vitesse d'intensité  $c = 299792458\text{m/s}$ , exprimer 1 al en mètres. Donner ce résultat avec un nombre de chiffres significatifs facile à retenir.
- « Regarder loin signifie regarder dans le passé », pourquoi ? En observant de galaxies de plus en plus lointaines, la proportion de galaxies elliptiques augmente par rapport aux galaxies spirales. Comment expliquer cela ? Formuler quelques hypothèses.

## Exercice 2 : Le parsec

Le **parsec**, noté **pc**, est l'unité de mesure des distances la plus utilisée en astronomie. Elle se base sur la parallaxe trigonométrique, qui est la méthode la plus ancienne et la plus fiable pour mesurer les distances stellaires. Considérons le triangle rectangle du schéma ci-contre, ayant comme premier côté de l'angle droit l'**unité astronomique**, notée **UA** (le rayon de l'orbite terrestre autour du Soleil), opposé à un angle de  $1,00'' (= 1^\circ/3600)$ . Le parsec est défini comme le deuxième côté de l'angle droit de ce triangle.

- En sachant que  $1\text{UA} = 1,496 \cdot 10^{11}\text{m}$ , exprimer un parsec en m.



Le dessin ci-contre montre comme la position apparente d'une étoile dans le ciel change à cause de la rotation de la Terre autour du Soleil. L'angle  $p$  s'appelle **parallaxe** de l'étoile.

- Déterminer la formule exprimant la distance  $d$  entre une étoile et le Soleil (en pc) en fonction de sa parallaxe en secondes d'arc :  $d(p)$ .

Attention : plus une étoile est lointaine, plus l'angle de la parallaxe  $p$  est petit. Puisqu'il n'y a pas d'étoile plus proche qu'un parsec,  $p$  est toujours plus petit que  $1^\circ$ , et nous pouvons supposer

- que la distance Terre - étoile correspond à la distance Soleil - étoile,  $d$ ;
- que  $\tan(p) \approx p$ .

c) L'étoile la plus proche, Proxima Centauri, est à 4,23al du Système Solaire : quelle est sa distance en pc ? Et sa parallaxe ?

d) Si l'incertitude sur la mesure de la parallaxe d'une source est de l'ordre de 0,001", quel est l'ordre de grandeur de la distance maximale que nous pouvons estimer avec cette méthode ? À quoi cet ordre de grandeur correspond-il?

e) Connais tu des méthodes pour déterminer les distances des objets plus lointains ?

Vidéo ODG distances :

<http://apod.nasa.gov/apod/ap150324.html>



Proxima Centauri est une petite étoile rouge, visible uniquement avec un télescope. Elle fait partie du système d'étoiles « Alpha Centauri », visible depuis l'hémisphère sud, dont l'étoile plus brillante est semblable au Soleil.

Crédit : <http://apod.nasa.gov/apod/ap160118.html>

### Exercice 3 : Densités lumineuses moyennes

a) En utilisant la table CRM, calculer la masse volumique moyenne du Soleil, de la Terre puis du Système Solaire (en notation scientifique et en unités SI, avec un nombre pertinent de chiffres significatifs).

b) Les études sur les étoiles proches montrent que l'ensemble des étoiles visibles a en moyenne un rapport masse/luminosité cinq fois plus grand que le Soleil : <http://roffet.com/documents/sciences/mise-en-evidence-de-la-masse-cachee/i/>

$$\frac{M_{lum}}{L_{lum}} = 5 \cdot \frac{M_S}{L_S} ,$$



où  $M_S$  et  $L_S$  représentent respectivement la masse et la luminosité du Soleil. La luminosité de la Galaxie est  $L_{Gal} \approx 2 \cdot 10^{11} L_S$ , et son rayon, en tenant compte uniquement de la matière lumineuse, est d'environ 15kpc. Estimer la masse de matière lumineuse de la Voie Lactée,  $M_{lum Gal}$ , puis sa masse volumique lumineuse moyenne,  $\rho_{lum Gal}$  (résultats en notation scientifique et en unités SI, avec un nombre pertinent de chiffres significatifs).

c) Nous comptons en moyenne 5 galaxies pour chaque portion cubique d'univers de 10Mpc d'arrête. En supposant que la masse lumineuse de la Voie Lactée soit représentative de la moyenne des masses lumineuses de toutes les galaxies, en déduire la masse volumique lumineuse moyenne de l'univers. Exprimer ce résultat en  $M_S/\text{Mpc}^3$  et en  $\text{kg}/\text{m}^3$ , en notation scientifique. Quel est son ordre de grandeur ? Ce résultat est-il en accord avec la valeur donnée dans le cours ?

d) Convertir cette densité en nombre d'atomes d'hydrogène par mètre cube.

## Exercice 4 : Probabilité de collision

L'image ci-contre a été créée à partir des données d'une simulation de la NASA, indiquant que la Voie Lactée et Andromède sont en train de se rapprocher pour collisionner dans environ quatre milliards d'années. Celle-ci est une reconstruction de ce que le ciel pourrait nous apparaître depuis la Terre à ce moment-là.



Crédit : NASA - [http://www.nasa.gov/mission\\_pages/hubble/science/milky-way-collide.html](http://www.nasa.gov/mission_pages/hubble/science/milky-way-collide.html).

Vidéo de la simulation de la collision entre la Voie Lactée et Andromède :

[https://www.youtube.com/watch?v=kvyep\\_bi4bc](https://www.youtube.com/watch?v=kvyep_bi4bc)



Nous pouvons considérer le disque lumineux d'Andromède comme une surface circulaire de rayon  $R \approx 30\text{kpc}$ , contenant environ 400 milliards d'étoiles. Supposer que le rayon moyen des étoiles est dix fois celui du Soleil :  $r \approx 10R_{\odot}$ .

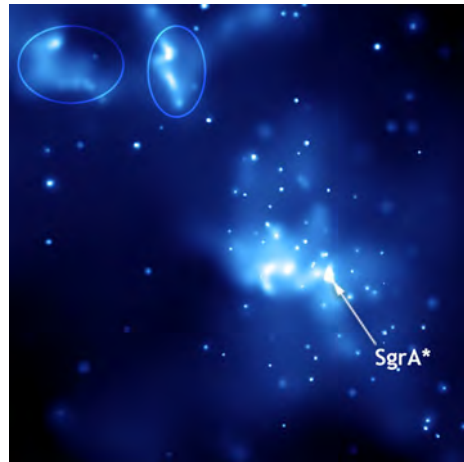
- Expliquer pourquoi les collisions entre les galaxies sont assez fréquentes, alors que celles entre les étoiles de deux galaxies en collision sont rares.
- Estimer le pourcentage de surface occupée par les étoiles d'Andromède par rapport à la surface totale occupée par le disque galactique. Ce pourcentage correspond à la probabilité qu'une étoile de la Voie Lactée (par exemple le Soleil) collisionne avec une étoile d'Andromède lors de la collision entre ces deux galaxies.
- Quel est l'ordre de grandeur du nombre total de collisions d'étoiles lors de la collision entre Andromède et la Voie Lactée?

## Exercice 5 : L'orbite de S2

La figure ci contre montre une image de Sagittarius A\* (Sgr A\*), la source radio compacte dans le centre de la Voie Lactée. Elle a été prise avec un télescope à rayons X de la NASA. Les images dans les ellipses sont des échos.

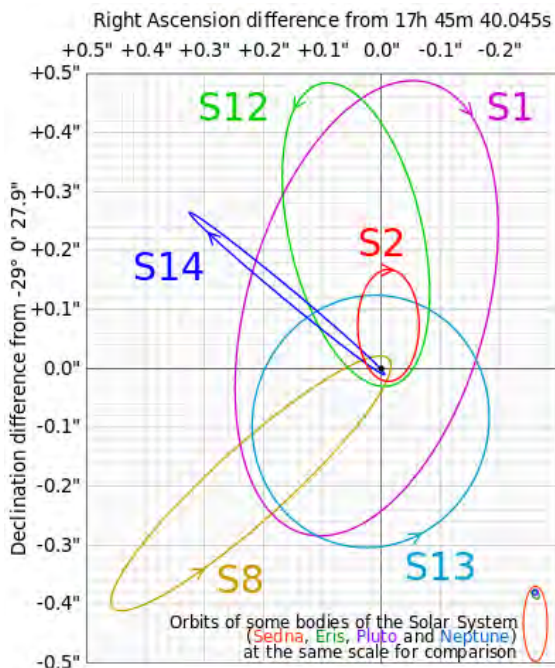
À partir de l'étude du mouvement de certaines étoiles autour de cette source, les astronomes ont pu déduire la présence d'un trou noir supermassif à cet endroit, comme c'est le cas dans toutes les grandes galaxies à spirale.

L'image suivante reproduit les orbites de six étoiles autour de Sgr A\*. À titre comparatif certaines orbites de planètes du Système Solaire sont aussi représentées.



Crédit : NASA, Wikipedia

L'étoile S2, dont nous avons pu suivre une révolution complète depuis 1995 jusqu'en 2010, possède un périhélie (la distance minimale à Sgr A\* dans son orbite) de 120 UA et une période de 15 ans. Pour simplifier, nous considérons l'orbite de S2 comme un cercle de rayon  $r \sim 1000$  UA (environ dix fois plus grand que son périhélie).



Crédit : By Cmglee - Own work, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=15252541>

- Avec cette approximation, estimer la vitesse scalaire moyenne de S2 sur une période. Donner le résultat en unités SI.
- En utilisant les données de la table CRM, calculer la distance parcourue par Neptune lors d'une révolution complète autour du Soleil (utiliser l'approximation d'orbite circulaire).
- Comparer les estimations des longueurs des orbites de S2 et de Neptune en calculant leur rapport.

- Calculer la vitesse scalaire moyenne de Neptune sur une révolution autour du Soleil.
- Comparer les vitesses scalaires moyennes de S2 et de Neptune en calculant leur rapport.

À cette adresse, on peut visionner une simulation de l'orbite de S2 : <https://phys.org/news/2017-08-stars-orbiting-supermassive-black-hole.html#jCp>



## Exercice 6 : Comparaison des interactions gravitationnelle et électrique

### Partie 1 :

L'électron dans l'atome d'hydrogène, selon le modèle de Bohr, tourne autour du proton sur une orbite de rayon  $r = 5,3 \cdot 10^{-11}$  m.

- Calculer l'intensité de la force d'attraction *gravitationnelle* électron – proton. Puis, dans le même atome, calculer l'intensité de la force d'attraction *électrique* électron – proton. Vous pouvez trouver les valeurs des charges et des masses de ces particules, ainsi que les constantes  $G$  (constante de gravitation universelle) et  $k$  (constante de Coulomb) dans l'Annexe A du cours.
- Quel est le rapport entre les intensités de la force électrique et celle gravitationnelle dans l'atome d'hydrogène? Est-ce que ce rapport change si l'on varie la distance entre les deux particules?

### Partie 2 :

- Estimer le nombre de protons contenus dans la Terre à partir de la masse de la Terre et la masse du nucléon (expliquer pourquoi peut-on négliger la masse des électrons dans ce calcul), et en sachant que la majorité des noyaux atomiques possèdent en moyenne la même quantité de protons et de neutrons.
- Quelle serait la charge électrique de la Terre si on lui arrachait tous ses électrons ? Et celle de la Lune ?
- Donner un ODG de l'intensité de la force électrique entre la Terre et la Lune si leurs charges étaient celle calculée au point d). La comparer à celle de la force gravitationnelle.
- Pourquoi, à l'échelle astrophysique, l'interaction électrique est négligeable par rapport à l'interaction gravitationnelle?

## Exercice 7 : Masse et énergie

La masse des corps est l'une des nombreuses formes d'énergie possibles (mécanique, chimique, radiation, chaleur). Pour trouver la quantité d'énergie  $E$  présente sous la forme d'une certaine masse à repos  $m$ , la relativité restreinte nous donne la célèbre formule (Annexe C)

$$E = m \cdot c^2.$$

Calculer quelle est l'énergie de masse d'un élève de 50kg. La comparer à son énergie cinétique lorsqu'il voyage dans un avion à la vitesse de 1000km/h.



## Exercice 8 : Le boson de Higgs

L'équivalence entre la matière et l'énergie nous permet de créer de la masse à partir de l'énergie cinétique des particules. Au CERN, le Large Hadrons Collider (LHC) accélère des protons puis les fait rentrer en collision, afin d'en transformer l'énergie cinétique en énergie de masse. Cela nous permet de produire, pendant des brefs instants, des particules jamais observées à cause de leur durée de vie très courte. Ces particules ont toutefois existé dans l'univers primordial, lorsque il était plus condensé et donc plus énergétique.

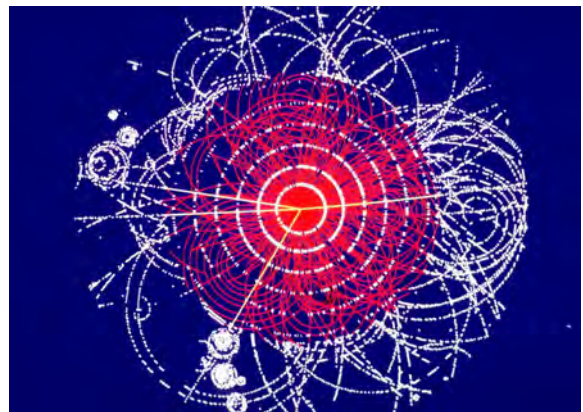
Parmi elles, le boson de Higgs est une particule qui explique, entre autre, quelle est l'origine de la masse de toutes les particules connues:

[http://www.nytimes.com/interactive/2013/10/08/science/the-higgs-boson.html?\\_r=1&#/?g=true](http://www.nytimes.com/interactive/2013/10/08/science/the-higgs-boson.html?_r=1&#/?g=true)



On l'a observé pour la première fois au CERN, le 4 juillet 2012, après de dizaines d'années de recherche : son existence avait été prédite par Peter Higgs en 1964. Cette découverte a été récompensée en 2013 par le prix Nobel à P. Higgs et F. Englert.

L'image ci-contre montre le résultat de la collision entre deux protons qui ont produit un Higgs se désintégrant en 4 muons (traces jaunes). Sa masse est environ  $m_H \approx 2 \cdot 10^{-25}$  kg.



Source : <http://home.web.cern.ch/images>

- Quelle est l'énergie de masse au repos du boson de Higgs ?
- Si on veut produire un Higgs à repos à partir de la collision entre deux protons, quelle doit être l'énergie minimale que chaque proton doit fournir ?

Nous souhaitons maintenant déterminer quelle est la vitesse du proton correspondant à l'énergie cinétique calculée au point b). Puisque la vitesse des protons approche celle de la lumière,  $v \sim c$ , nous ne pouvons pas utiliser la mécanique newtonienne et donc, pour exprimer l'énergie totale du proton, nous ne pouvons pas utiliser la formule

$$E_{tot} = E_0 + E_k = m_p c^2 + \frac{1}{2} m_p v^2. \quad (1)$$

En effet la formule (1) est valable uniquement si  $v \ll c$ . La relativité restreinte (Annexe C) nous donne la formule correcte de l'énergie totale (de masse plus cinétique) d'une particule en mouvement avec vitesse  $v$  :

$$E_{tot} = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2)$$

- Vérifier que, dans le cas limite où  $v \ll c$  ( $\Rightarrow x = v^2/c^2 \ll 1$  est une grandeur ultrapetite), la formule relativiste (2) est égale à celle classique newtonienne (1). Pour cela utiliser que la fonction  $f(x) = \frac{m c^2}{\sqrt{1-x}}$ , pour  $x$  ultrapetit, peut s'approximer  $f(x) \approx f(0) + f'(0) \cdot x$ .

- Utiliser la formule relativiste (2) ci-dessus pour calculer la vitesse des protons avant la collision qui produit le Higgs.